

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

	S	G
--	---	---

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Miejsce na naklejkę.

Sprawdź, czy kod na naklejce to

M-100.

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.

Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny

Formuła 2023

FIZYKA

Poziom rozszerzony

Symbol arkusza

MFAP-R0-**100**-2305

DATA: **19 maja 2023 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **60**

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

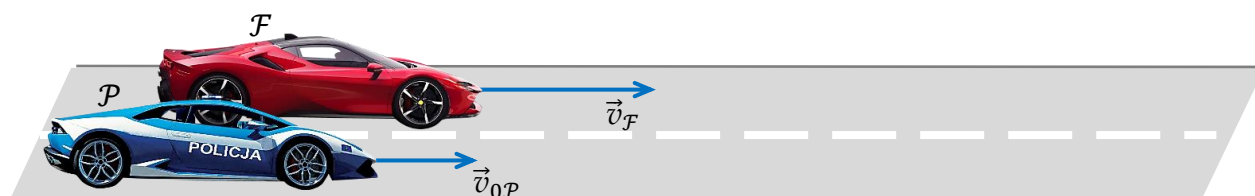
1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.



Zadanie 1. (0–4)

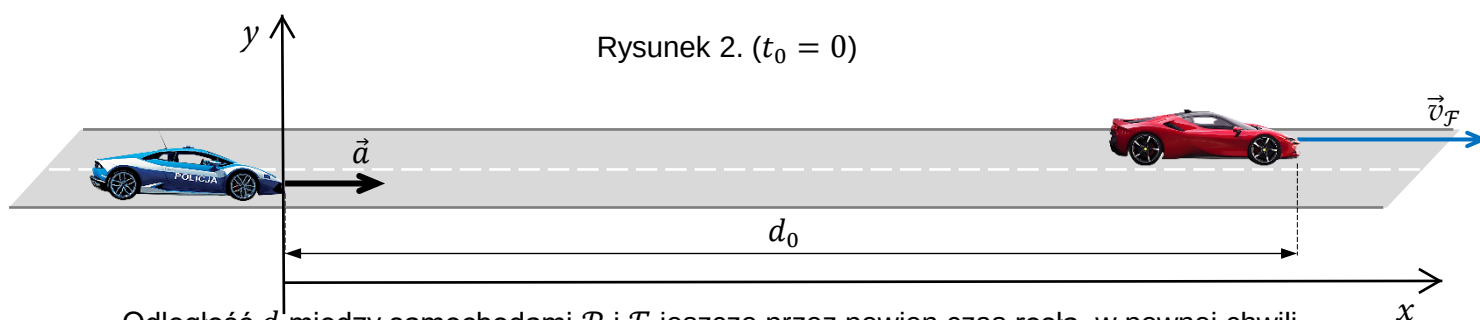
Samochód policyjny $\mathcal{P}$ jechał ze stałą prędkością o wartości $v_{0\mathcal{P}} = 20 \text{ m/s}$. W pewnej chwili został on wyprzedzony przez samochód osobowy $\mathcal{F}$, jadący w tym samym kierunku ze stałą prędkością o wartości $v_{\mathcal{F}} = 35 \text{ m/s}$ (zobacz rysunek 1.).

Rysunek 1.



W chwili $t_0 = 0$, gdy odległość między samochodami $\mathcal{P}$ i $\mathcal{F}$ zwiększyła się do $d_0 = 40 \text{ m}$, samochód policyjny rozpoczął pościg ze stałym przyspieszeniem o wartości $a = 6 \text{ m/s}^2$ (zobacz rysunek 2.).

Rysunek 2. ($t_0 = 0$)



Odległość d między samochodami $\mathcal{P}$ i $\mathcal{F}$ jeszcze przez pewien czas rosła, w pewnej chwili osiągnęła wartość maksymalną d_{max} , a następnie zaczęła maleć.

Przyjmij, że:

- od chwili $t_0 = 0$ samochód policyjny $\mathcal{P}$ poruszał się **ruchem jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym**
- samochód $\mathcal{F}$ cały czas poruszał się ruchem **jednostajnym prostoliniowym**
- odległość pomiędzy samochodami traktujemy jako odległość pomiędzy ustalonymi punktami na przednich zderzakach.

1.

0–1–
2–3–4

Oblicz d_{max} – maksymalną odległość pomiędzy samochodami $\mathcal{P}$ i $\mathcal{F}$ podczas pościgu. Zapisz obliczenia.

$x_{\mathcal{F}} = d_0 + v_{\mathcal{F}} \cdot t$
$x_{\mathcal{P}} = v_{0\mathcal{P}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

$$x_F = 40 + 35 \cdot t \text{ (m)}$$

$$x_P = 20 \cdot t + 3 \cdot t^2 \text{ (m)}$$

$$d = x_F - x_P$$

$$d = 40 + 15 \cdot t - 3 \cdot t^2 \text{ (m)}$$

$$d = -3 \cdot t^2 + 15 \cdot t + 40 \text{ (m)}$$

Na przykład tak:

$$d_{\max} = -\frac{\Delta}{4 \cdot (-3)} = \frac{15^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 40}{12} = 58,75$$

$$d_{\max} \approx 59 \text{ m}$$

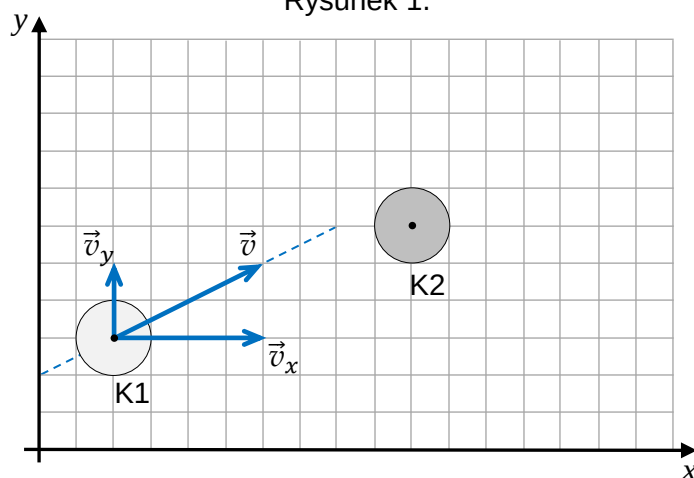
Zadanie 2.

Krążek K1 porusza się w inercjalnym układzie odniesienia $\mathcal{U}$ ze stałą prędkością $\vec{v}$, a krążek K2 spoczywa. Środek krążka K2 leży poza prostą wyznaczającą kierunek ruchu krążka K1. W pewnej chwili krążek K1 uderza w krążek K2.

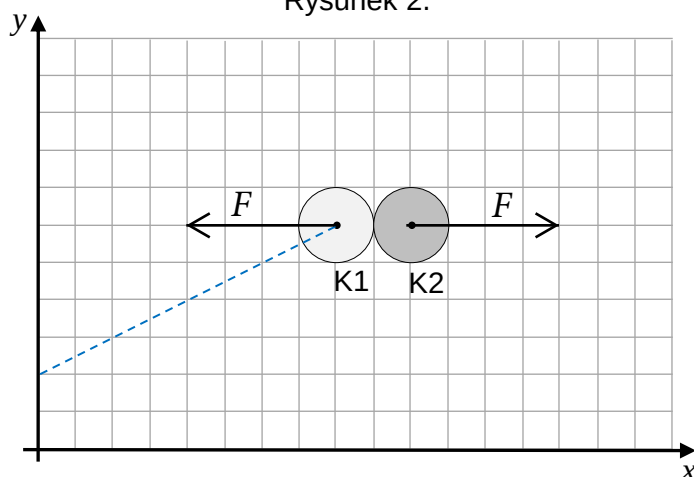
Na rysunku 1. w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono poruszający się krążek K1 i spoczywający krążek K2. Oznaczono prędkość $\vec{v}$ krążka K1 i składowe $\vec{v}_x, \vec{v}_y$ tej prędkości. Na rysunku 2. przedstawiono moment zderzenia się obu krążków.

Krążki są jednorodne, a ich masy są sobie równe. Pomijamy tarcie między krążkami K1 i K2 oraz między krążkami a podłożem.

Rysunek 1.



Rysunek 2.



2.1.

0–1

Zadanie 2.1. (0–1)

Na rysunku 2. powyżej narysuj parę sił wzajemnego oddziaływania pomiędzy krążkami podczas ich zderzenia. Każdą z sił przyłóż – odpowiednio – w punkcie środka masy krążka K1 lub krążka K2. Zachowaj odpowiednie kierunki i zwroty tych sił oraz relację (większy, równy, mniejszy) między ich wartościami.

Zadanie 2.2. (0–1)

Założmy, że zderzenie krążków K1 i K2 było doskonale sprężyste.

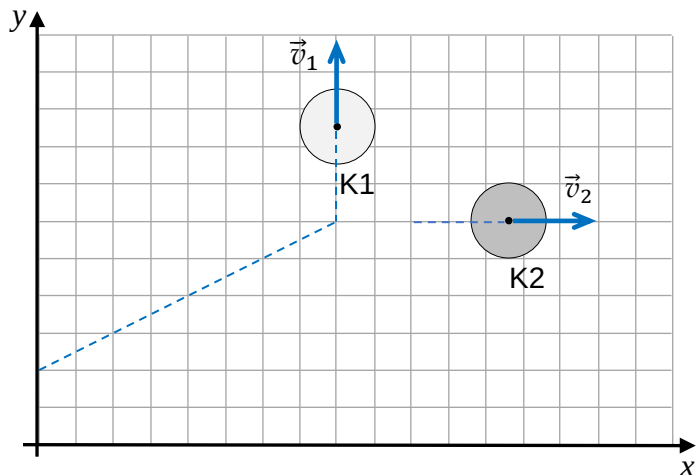
Na którym rysunku (spośród A–D) prawidłowo narysowano i opisano wektory prędkości krążków bezpośrednio po zderzeniu w układzie odniesienia $\mathcal{U}$? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

2.2.

0–1

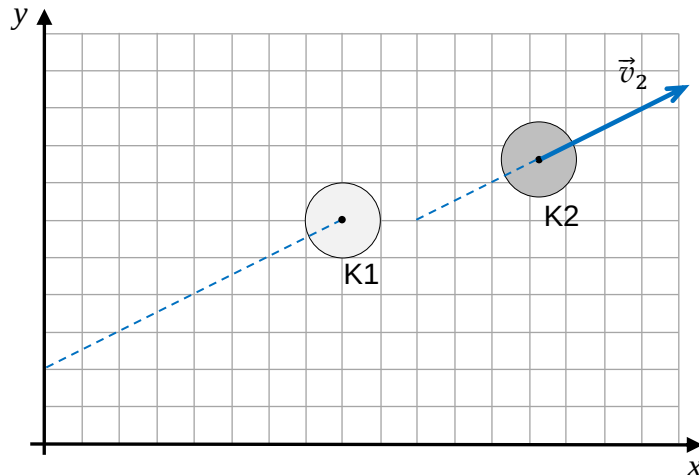
A.

$$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = \frac{|\vec{v}|}{2}$$

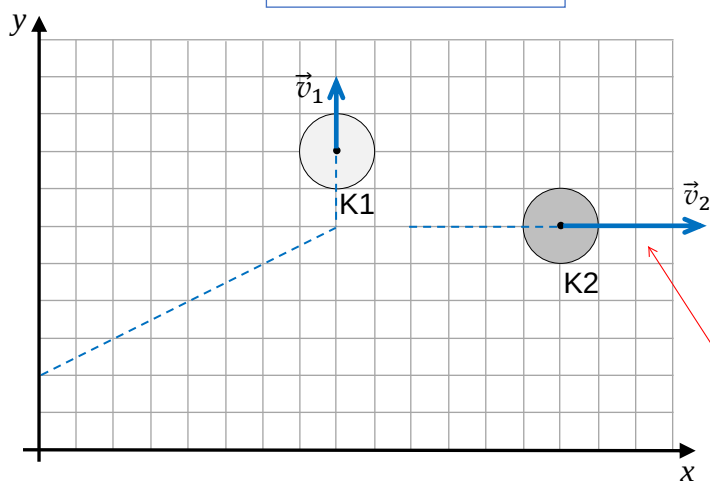


B.

$$\vec{v}_1 = 0 \quad \vec{v}_2 = \vec{v}$$

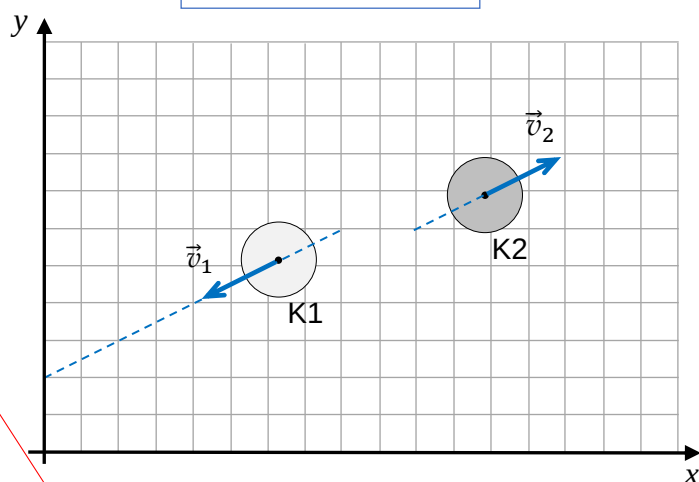


$$\vec{v}_1 = \vec{v}_y \quad \vec{v}_2 = \vec{v}_x$$



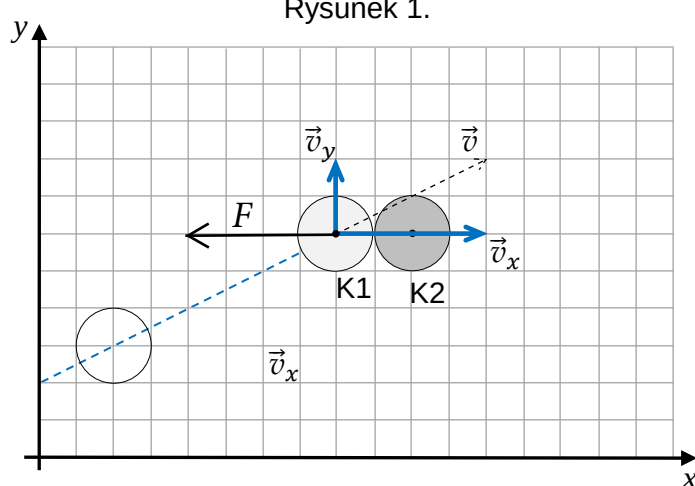
D.

$$\vec{v}_1 = -\frac{\vec{v}}{2} \quad \vec{v}_2 = \frac{\vec{v}}{2}$$



Ponieważ:

Rysunek 1.



$$\vec{v}_y = \overrightarrow{const} \quad \text{bo } \vec{F} \perp \vec{v}_y$$

a

$$\vec{v}_x \rightarrow 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{a} \quad \vec{v}_{2x} = \vec{v}_x \quad \text{bo } m_1 = m_2$$

zatem

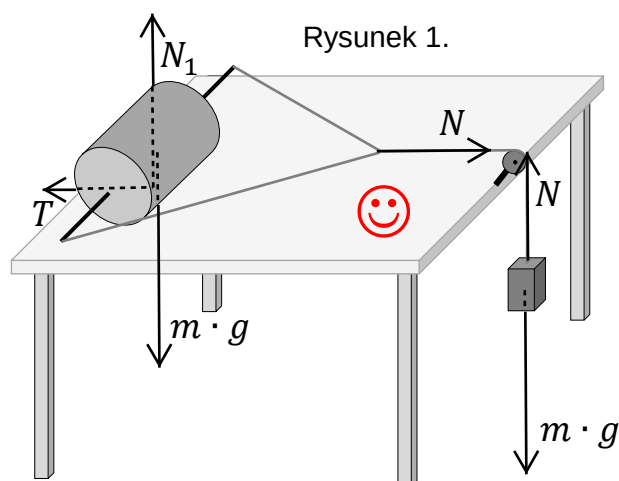
$$\vec{v}_1 = \vec{v}_y \quad \text{i} \quad \vec{v}_2 = \vec{v}_{2x} = \vec{v}_x$$

Zadanie 3.

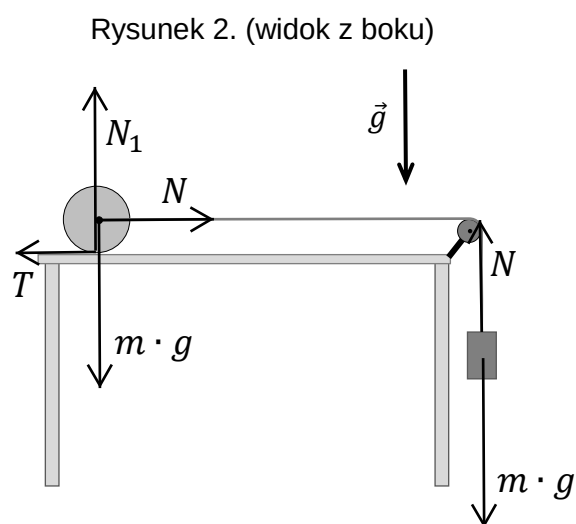
Wzdłuż osi jednorodnego walca o masie m i promieniu R przechodzi cienki pręt, wokół którego walec może się obracać. Do tego pręta przymocowano cienką nierozciągliwą linkę, którą przewieszono przez bloczek. Na końcu linki zawieszono ciężarek o masie m (równej masie walca). Początkowo walec był unieruchomiony i spoczywał na stole. W pewnej chwili walec – ciągnięty przez linkę – rozpoczął ruch i toczył się dalej bez poślizgu po poziomej powierzchni stołu. Opisaną sytuację ilustrują rysunki 1. i 2.

Do analizy zagadnienia przyjmij model zjawiska, w którym:

- moment bezwładności walca względem jego osi symetrii jest równy $I = \frac{1}{2} mR^2$
- pomijamy masę linki, masę bloczka oraz masę pręta na osi symetrii walca
- zakładamy, że ruch walca i ciężarka odbywa się w układzie inercyjnym
- siła tarcia statycznego $\vec{T}$ między walcem a powierzchnią stołu nie osiągnęła wartości maksymalnej
- pomijamy inne (tzn. oprócz tarcia statycznego) opory ruchu układu.



Rysunek 1.



Rysunek 2. (widok z boku)

3.1.

0-1-2

Zadanie 3.1. (0-2)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Gdy walec toczy się bez poślizgu, to w czasie jednego obrotu przebywa drogę o długości $2\pi R$. 😊	P	F
2.	Energia kinetyczna ruchu postępowego walca jest większa od energii kinetycznej ruchu obrotowego walca względem jego osi.	P	F
3.	Energia potencjalna opadającego ciężarka zamienia się w całości na energię kinetyczną ruchu postępowego walca i ruchu obrotowego walca. 😞	P	F

NIE, bo jeszcze zamienia się w energię kinetyczną ruchu postępowego (innego ruchu nie ma) samego ciężarka!

Brudnopis	$E_{ko} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \frac{v^2}{R^2} = \frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2$	bo	$\omega = \frac{v}{R}$
	$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$		



Zadanie 3.2. (0–4)

Wyprowadź wzór pozwalający wyznaczyć wartość a przyspieszenia ciężarka w zależności tylko od wartości g przyspieszenia ziemskiego. Zapisz odpowiednie równania i przekształcenia oraz podaj (w ramce na dole strony) postać tego wzoru.

Wskazówka: Skorzystaj z zasady zachowania energii mechanicznej układu lub skorzystaj z drugiej zasady dynamiki dla ruchu postępowego walca, dla ruchu obrotowego walca i dla ruchu postępowego ciężarka.

3.2.
0–1–
2–3–4

Diagram illustrating the forces and accelerations in the system:

- For the cylinder (mass m , radius R):
 - Normal force N_1 acts vertically upwards.
 - Tension T acts horizontally to the left.
 - Normal force N acts horizontally to the right.
 - Weight $m \cdot g$ acts vertically downwards.
 - Horizontal acceleration a acts to the right.
 - Vertical acceleration g acts downwards.
- For the hanging mass (mass m):
 - Tension N acts vertically upwards.
 - Weight $m \cdot g$ acts vertically downwards.
 - Vertical acceleration a acts downwards.

Equations and derivations:

$$I \cdot \epsilon = T \cdot R$$

$$\epsilon = \frac{a}{R}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \cdot \frac{a}{R} = T \cdot R$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot a = T$$

$$m \cdot a = N - T$$

$$m \cdot a = m \cdot g - N$$

$$+\frac{5}{2} \cdot m \cdot a = m \cdot g$$

$$a = \frac{2}{5} \cdot g$$

The final result is boxed:

$$a = \frac{2}{5} \cdot g$$

Zadanie 3.2. (0-4)

3.2.

0-1-
2-3-4

Wyprowadź wzór pozwalający wyznaczyć wartość a przyspieszenia ciężarka w zależności tylko od wartości g przyspieszenia ziemskiego. Zapisz odpowiednie równania i przekształcenia oraz podaj (w ramce na dole strony) postać tego wzoru.

Wskazówka: Skorzystaj z zasady zachowania energii mechanicznej układu lub skorzystaj z drugiej zasady dynamiki dla ruchu postępowego walca, dla ruchu obrotowego walca i dla ruchu postępowego ciężarka.

$E_A = E_B$

$$m \cdot g \cdot H + m \cdot g \cdot h + 0 + 0 + 0 = m \cdot g \cdot H + 0 + \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{I \cdot \omega^2}{2} + \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$m \cdot g \cdot h = 2 \cdot \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{I \cdot \omega^2}{2} \quad \text{ale} \quad \omega = \frac{v}{R}$$

$$\cancel{m \cdot g \cdot h} = 2 \cdot \frac{\cancel{m} \cdot v^2}{2} + \frac{\frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot R^2 \cdot \frac{v^2}{R^2}}{2}$$

$$g \cdot h = \frac{5}{4} \cdot v^2$$

$$v^2 = \frac{4}{5} \cdot g \cdot h$$

ale

$$\begin{cases} v = a \cdot t \\ h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{cases} \quad \div$$

$$\frac{v^2}{h} = 2 \cdot a$$

$$\frac{4}{5} \cdot g = 2 \cdot a$$

$$a = \frac{2}{5} \cdot g$$

Sonda kosmiczna oddala się od Ziemi z prędkością $\vec{v}$ wzdłuż prostej przechodzącej przez środek Ziemi. Ta sonda emituje w stronę Ziemi falę elektromagnetyczną o częstotliwości dokładnie $f_{\text{Zr}} = 3 \text{ GHz}$ (podana częstotliwość jest określona w układzie odniesienia związanym z sondą, czyli jest częstotliwością źródła fali). Sytuację ilustruje rysunek poglądowy poniżej (odległości na rysunku są umowne).

Przyjmij, że $v \ll c$ oraz $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s.

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C i jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Fala elektromagnetyczna wysyłana przez sondę porusza się względem Ziemi z prędkością równą

A.	$c - v$,	ponieważ	1.	prędkość fali elektromagnetycznej jest niezależna od ruchu źródła tej fali.
B.	c ,		2.	źródło oddalające się od Ziemi unosi ze sobą falę elektromagnetyczną i zmniejsza jej prędkość.
C.	$c + v$,		3.	prędkość fali elektromagnetycznej jest zawsze powiększona o prędkość źródła tej fali.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zarejestrowana na Ziemi częstotliwość f_Z fali elektromagnetycznej wyemitowanej przez sondę jest równa

A. 3,75000 GHz **B.** 2,25000 GHz **C.** 3,00075 GHz ~~**D.** 2,99925 GHz~~

Brudnopis

$$f_Z = f_{Zr} - |\Delta f|$$


Zadanie 4.3. (0-1)

Zarejestrowaną na Ziemi długość fali elektromagnetycznej wyemitowanej przez sondę oznaczmy jako λ_Z , a długość tej fali elektromagnetycznej w układzie odniesienia sondy oznaczmy jako λ_{Zr} .

Oceń prawdziwość poniższych relacji. Zaznacz P, jeśli relacja jest prawdziwa, albo F – jeśli jest fałszywa.

1.	$\lambda_{Zr} \approx 0,10 \text{ m}$	☒	F
2.	$\lambda_Z > \lambda_{Zr}$	☒	F

$$f_{Zr} = 3 \text{ GHz} = 3 \cdot 10^9 \text{ Hz} = 3 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{s}}$$

Brudnopis

$$c = \lambda_{Zr} \cdot f_{Zr} \rightarrow \lambda_{Zr} = \frac{c}{f_{Zr}} \approx \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{s}}} = 0,1 \text{ m}$$

4.3.

0-1

Zadanie 4.4. (0-2)

Oblicz v – wartość prędkości sondy względem Ziemi. Zapisz obliczenia.

$$v = ?$$

$$f_Z = f_{Zr} \cdot \left(1 - \frac{v}{c}\right) \rightarrow \Delta f = f_{Zr} \cdot \frac{v}{c}$$

$$750 \text{ kHz} = 3 \text{ GHz} \cdot \frac{v}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$7,50 \cdot 10^5 = 3 \cdot 10^9 \cdot \frac{v}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$v = 7,50 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.4.

0-1-2

Zadanie 5.

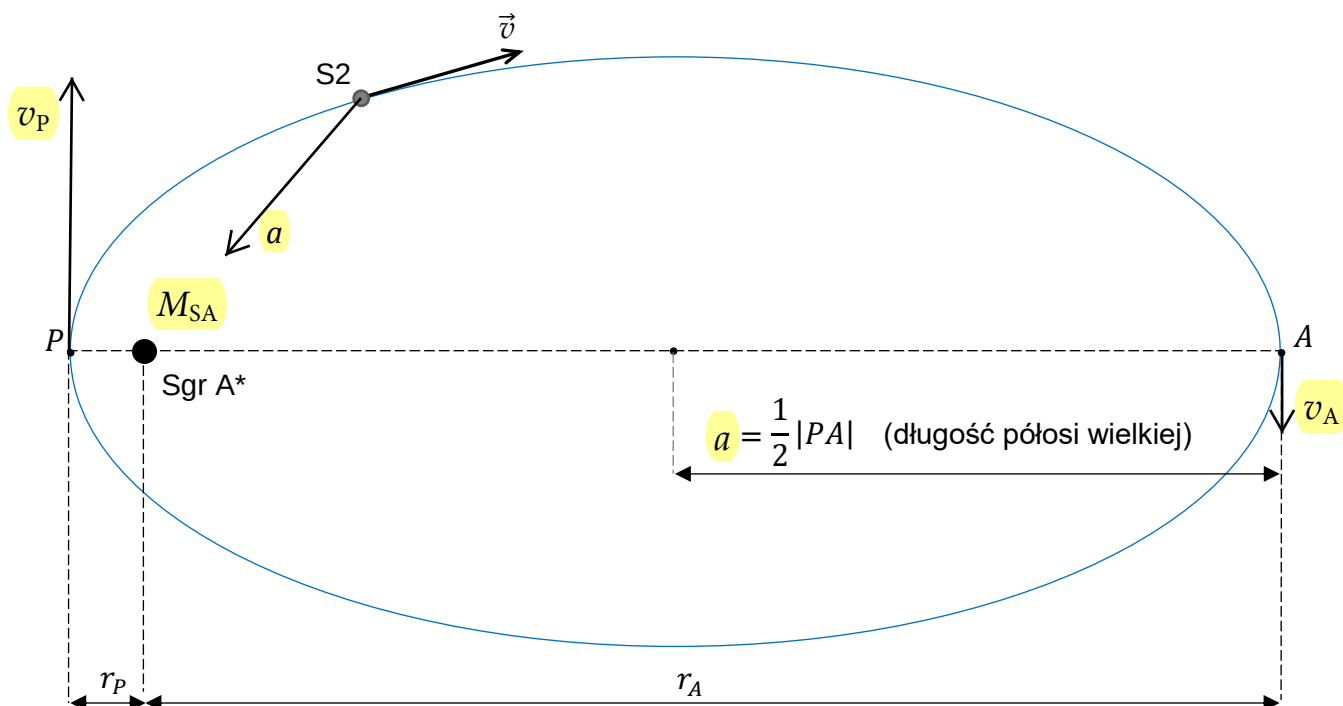
Sagittarius A* (Sgr A*) to bardzo masywny obiekt znajdujący się w centrum naszej galaktyki. Gwiazda znana jako S2 obiega obiekt Sgr A* po wydłużonej orbicie eliptycznej. Parametry tego ruchu orbitalnego są następujące:

- okres obiegu S2 dookoła Sgr A* wynosi $T_{S2} = 16$ lat ziemskich
- najmniejsza odległość środka S2 od centrum Sgr A* jest równa $r_P = 120$ au
- największa odległość środka S2 od centrum Sgr A* jest równa $r_A = 1820$ au.

Przyjmij, że Sgr A* się nie porusza, oraz pomiń wpływ innych ciał na ruch S2.

Opisaną sytuację przedstawiono na rysunku 1. Ponadto oznaczono wektor $\vec{v}$ prędkości środka S2 w przedstawionym położeniu na orbicie.

Rysunek 1.



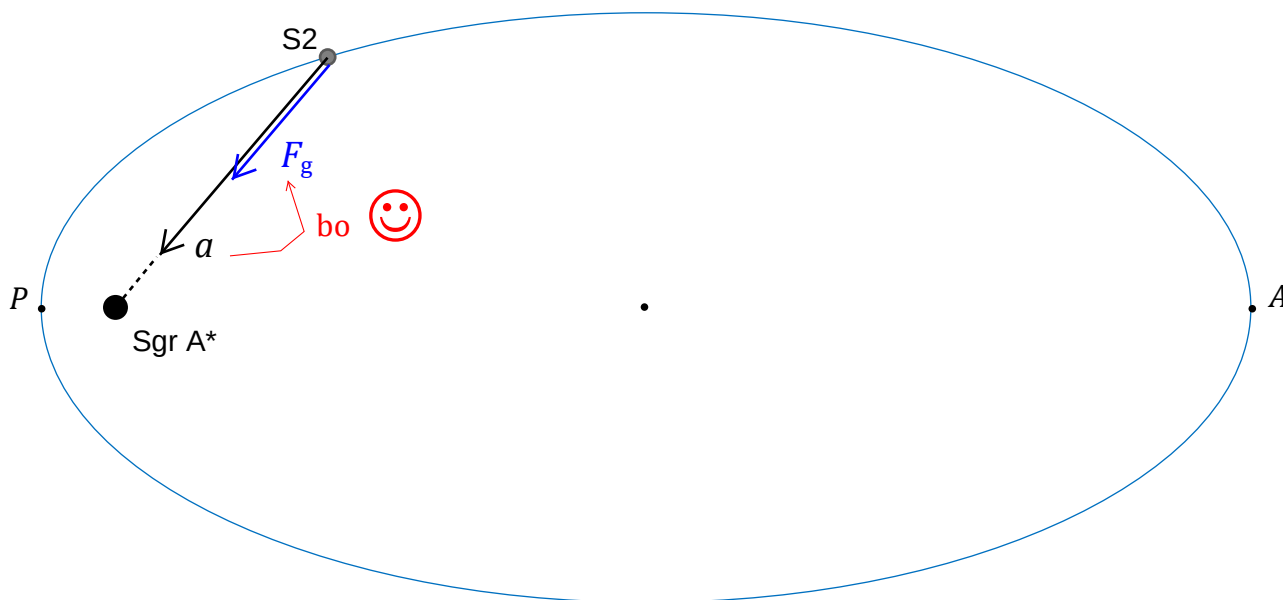
Zadanie 5.1. (0–1)

Na rysunku 2. narysuj wektor przyspieszenia $\vec{a}$ środka gwiazdy S2 w oznaczonym położeniu na orbicie. Zachowaj odpowiedni kierunek i zwrot tego wektora (długość może być dowolna).

5.1.

0–1

Rysunek 2.



Zadanie 5.2. (0–1)

Wartość prędkości środka S2 w punkcie P orbity (rysunek 1. na stronie 12) oznaczmy jako v_P , a wartość prędkości środka S2 w punkcie A orbity oznaczmy jako v_A . Prędkość środka S2 w punkcie P lub w punkcie A jest prostopadła do promienia wodzącego (odcinka łączącego środki S2 i Sgr A*).

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

5.2.

0–1

Iloraz $\frac{v_P}{v_A}$ jest równy (w zaokrągleniu do trzech cyfr znaczących)

A. $\frac{v_P}{v_A} \approx 0,00435$

B. $\frac{v_P}{v_A} \approx 0,0659$

~~C. $\frac{v_P}{v_A} \approx 15,2$~~

D. $\frac{v_P}{v_A} \approx 230$

Brudnopis																			
										$L_P = L_A$									
										$m \cdot v_P \cdot r_P = m \cdot v_A \cdot r_A \quad :m$									
										$\frac{v_P}{v_A} = \frac{r_A}{r_P} \approx 15,2$									

Informacja do zadań 5.3.–5.4.

Założmy, że ciało C_1 krąży po orbicie $\mathcal{O}_1$ wokół centrum grawitacyjnego o masie M_1 , a ciało C_2 krąży po orbicie $\mathcal{O}_2$ wokół centrum grawitacyjnego o masie M_2 . Zakładamy, że na każde z tych ciał działa jedynie siła pochodząca od centrum grawitacyjnego, dookoła którego dane ciało krąży. Stosunek mas M_1 i M_2 można obliczyć ze wzoru:

$$\frac{M_1}{M_2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$$

gdzie: T_1 i T_2 są okresami obiegu ciał po orbitach – odpowiednio – $\mathcal{O}_1$ i $\mathcal{O}_2$, natomiast a_1 i a_2 zależą od rodzaju orbity:

- gdy orbity $\mathcal{O}_1$ i $\mathcal{O}_2$ są kołowe, to a_1 i a_2 są odpowiednio promieniami tych orbit
- gdy orbita $\mathcal{O}_1$ jest eliptyczna, a orbita $\mathcal{O}_2$ jest kołowa, to a_1 jest długością półosi wielkiej orbity $\mathcal{O}_1$, natomiast a_2 jest promieniem orbity $\mathcal{O}_2$.

Zadanie 5.3. (0–2)

Masę obiektu Sgr A* oznaczmy jako M_{SA} , a masę Słońca oznaczmy jako M_S .

Przyjmij, że Ziemia porusza się dookoła Słońca po orbicie kołowej o promieniu $a_Z = 1,0$ au z okresem obiegu $T_Z = 1,0$ rok. Długość półosi wielkiej orbity gwiazdy S2, poruszającej się wokół obiektu Sgr A*, zgodnie z oznaczeniami na rysunku 1. (strona 12), jest równa $\frac{|PA|}{2}$.

5.3.

0–1–2

Oblicz iloraz $\frac{M_{SA}}{M_S}$. Zapisz obliczenia. Wynik podaj zaokrąglony do **dwóch cyfr znaczących**. !!!

$$\begin{aligned} \frac{M_{SA}}{M_S} &= \left(\frac{a_{S2}}{a_Z}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_Z}{T_{S2}}\right)^2 \\ \frac{M_{SA}}{M_S} &= \left(\frac{970 \text{ au}}{1 \text{ au}}\right)^3 \cdot \left(\frac{1 \text{ y}}{16 \text{ y}}\right)^2 \quad \text{bo} \quad a_{S2} = \frac{1}{2} \cdot |PA| = \frac{1}{2} \cdot (r_A + r_P) \\ \frac{M_{SA}}{M_S} &\approx 3565128,9 \approx 3,6 \cdot 10^6 \end{aligned}$$



Zadanie 5.4. (0–3)

Wyprowadź wzór podany w informacji do zadań 5.3.–5.4. w przypadku, gdy orbity $\mathcal{O}_1$ i $\mathcal{O}_2$ są kołowe.

5.4.

0–1–
2–3

$$m \cdot a_d = F_g$$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}$$

$$v^2 = \frac{G \cdot M}{r} \quad \text{ale} \quad v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

$$\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \right)^2 = \frac{G \cdot M}{r}$$

$$\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2} = \frac{G \cdot M}{r}$$

$$M = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_1^3}{G \cdot T_1^2} \cdot \frac{G \cdot T_2^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot r_2^3}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{r_1^3}{T_1^2} \cdot \frac{T_2^2}{r_2^3}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^3 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^2$$

q.e.d



Zadanie 6.

W cylindrze szczelnie zamkniętym ruchomym tłokiem znajduje się $n = 1 \text{ mol}$ jednoatomowego gazu doskonałego. Ten gaz poddano kolejno dwóm przemianom.

- W pierwszej przemianie gaz ogrzewano, utrzymując stałą objętość, i dostarczono do tego gazu $Q_1 = 100 \text{ J}$ ciepła. $Q_1 = C_V \cdot n \cdot \Delta T_1$
- W drugiej przemianie gaz ogrzewano, utrzymując stałe ciśnienie, i dostarczono do tego gazu $Q_2 = 100 \text{ J}$ ciepła, czyli tę samą ilość ciepła, ile dostarczono w pierwszej przemianie.

$Q_2 = C_p \cdot n \cdot \Delta T_2$
Ciepło molowe tego gazu przy stałej objętości wynosi $C_V = \frac{3}{2}R$, gdzie R jest stałą gazową.

$$C_p = C_V + R = \frac{3}{2} \cdot R + R = \frac{5}{2} \cdot R$$

6.1.

0-1

Zadanie 6.1. (0-1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

$$p \cdot V = R \cdot n \cdot T \quad | \cdot S \xrightarrow{F=p \cdot S} F \cdot V = R \cdot n \cdot S \cdot T$$

1.	W pierwszej przemianie wartość siły parcia gazu na tłok jest wprost proporcjonalna do temperatury bezwzględnej tego gazu.	☒	F
2.	W drugiej przemianie objętość gazu w cylindrze jest wprost proporcjonalna do średniej energii kinetycznej cząsteczek tego gazu.	☒	F

$$p \cdot V = R \cdot n \cdot T \Rightarrow V = \frac{R \cdot n}{p} \cdot T \Leftrightarrow V = \frac{R \cdot n}{p} \cdot \frac{E_{k\text{śr}}}{\frac{3}{2} \cdot k}$$

Zadanie 6.2. (0-1)

Przyrost temperatury gazu w pierwszej przemianie oznaczmy jako ΔT_1 , a w drugiej przemianie – jako ΔT_2 .

6.2.

0-1

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C i jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

$$Q_1 = Q_2$$

$$C_V \cdot n \cdot \Delta T_1 = C_p \cdot n \cdot \Delta T_2$$

$$\Delta T_1 > \Delta T_2 \text{ bo}$$

$$C_V < C_p$$

Przyrosty temperatury gazu w opisanych przemianach spełniają relację

☒	A. $\Delta T_1 > \Delta T_2$,	ponieważ przyrost energii wewnętrznej gazu jest	1.	taki sam w obu przemianach.
☐	B. $\Delta T_1 < \Delta T_2$,		☒	2. większy w pierwszej przemianie.
☐	C. $\Delta T_1 = \Delta T_2$,		3.	większy w drugiej przemianie.

6.3.

0-1-2-3

Zadanie 6.3. (0-3)

Oblicz pracę, którą wykonała siła parcia gazu na tłok w drugiej przemianie. Zapisz obliczenia.

$$|W| = p \cdot \Delta V \quad \text{ale} \quad p \cdot V = R \cdot n \cdot T$$

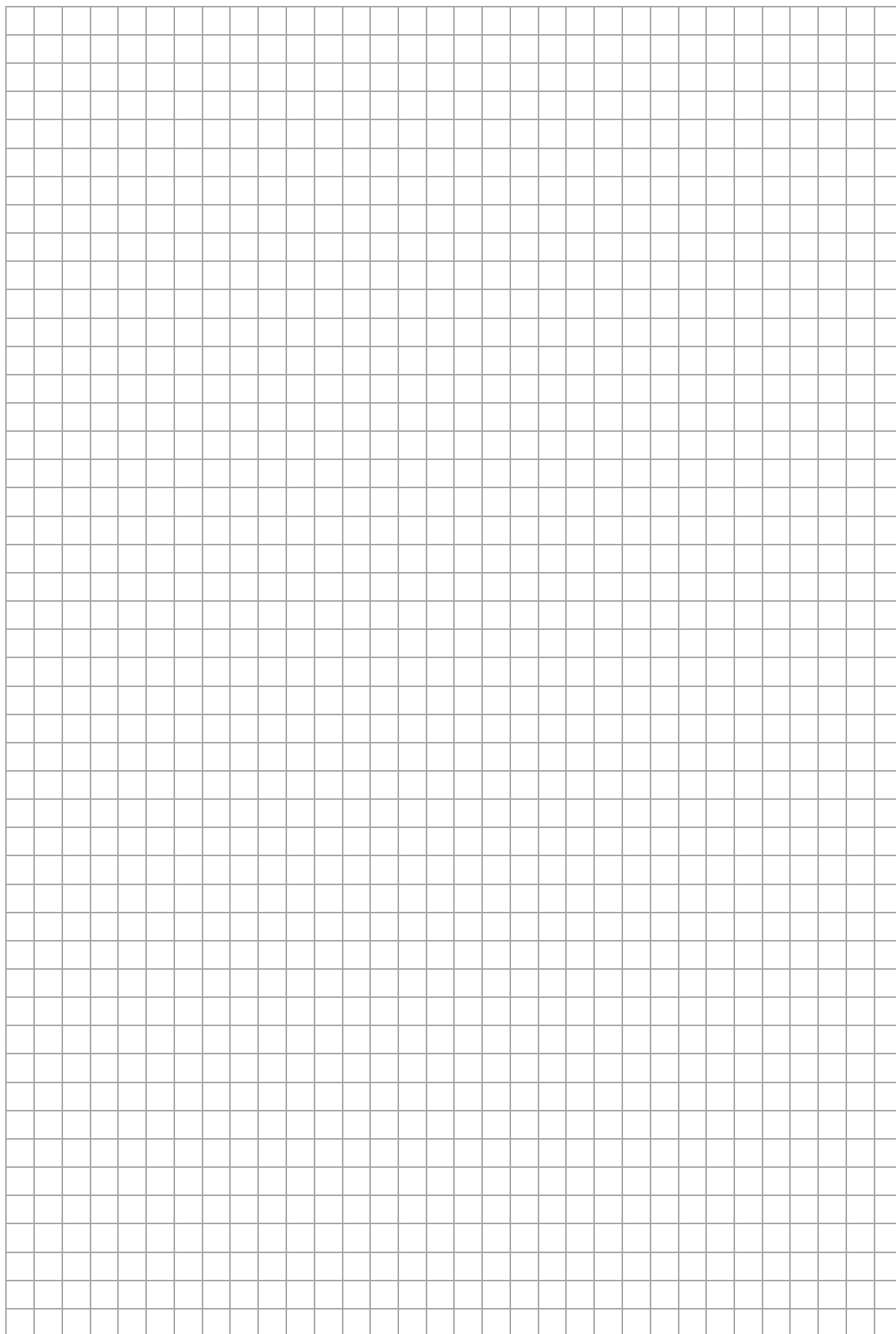
$$|W| = R \cdot n \cdot \Delta T_2 \quad \text{ale} \quad Q_2 = C_p \cdot n \cdot \Delta T_2 = \frac{5}{2} \cdot \underbrace{R \cdot n \cdot \Delta T_2}_{|W|}$$

$$|W| = \frac{2}{5} \cdot Q_2 = (40 \text{ J})$$





?



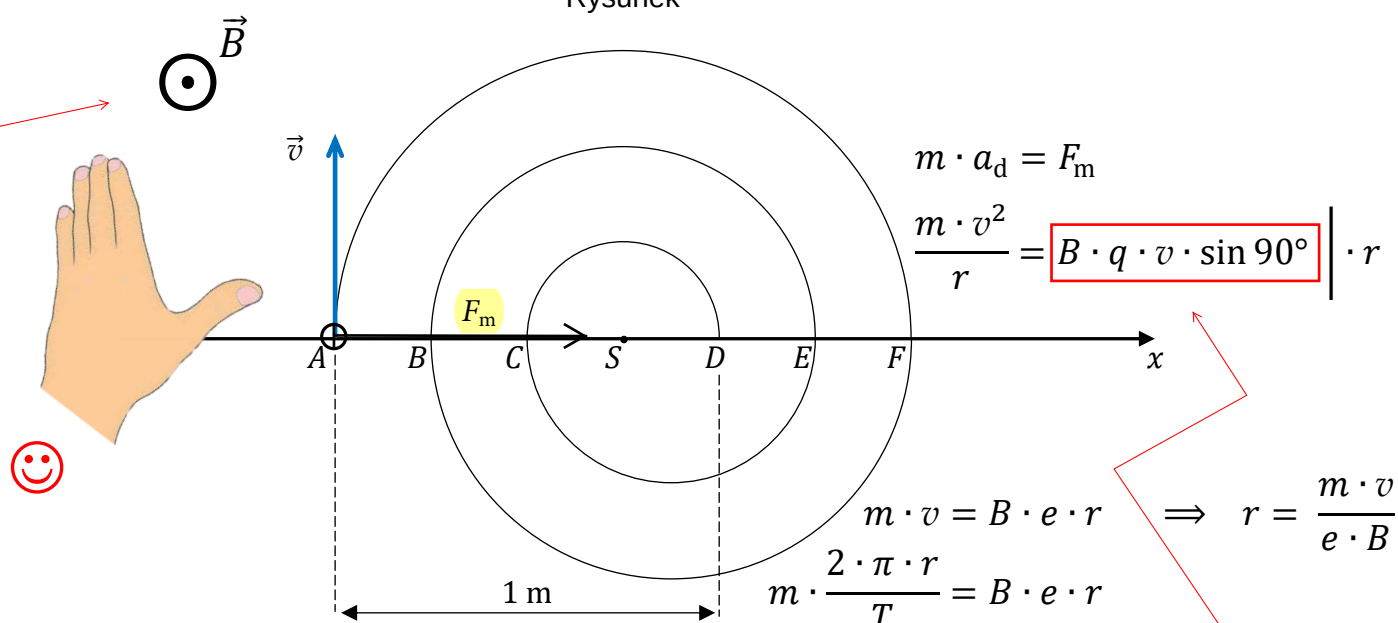
Zadanie 7.

Proton poruszał się w próżni, w polu magnetycznym po torze, który składał się z półokręgów AF , FB , BE , EC , CD (zobacz rysunek). Na każdym z tych półokręgów wektor indukcji magnetycznej był prostopadły do płaszczyzny ruchu protonu i miał stałą wartość, ale dla różnych półokręgów wartości te były różne i wynosiły – odpowiednio – B_{AF} , B_{FB} , B_{BE} , B_{EC} , B_{CD} .

W chwili początkowej $t_A = 0$ proton znajdował się w punkcie A i miał prędkość $\vec{v}$ (prostopadłą do wektora indukcji magnetycznej). Dalej proton poruszał się po opisanym torze i po pewnym czasie uderzył w tarczę znajdującą się w punkcie D . Wartość wektora indukcji magnetycznej na półokręgu AF wynosiła $B_{AF} = 0,2 \text{ T}$. Długości odcinków na poniższym rysunku spełniają równości:

$$|AB| = |BC| = |CS| = |SD| = |DE| = |EF| \quad \text{oraz} \quad |AD| = 1 \text{ m}$$

Rysunek



W zadaniach 7.1.–7.3. pomijamy siłę grawitacji działającą na proton.

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{B \cdot e}$$

7.1.

0-1-2

Zadanie 7.1. (0-2)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wektor indukcji pola magnetycznego wzdłuż całego toru ruchu protonu ma zwrot przed płaszczyznę rysunku (tzn. w stronę patrzącego).	☒	F
2.	Wartość siły magnetycznej Lorentza działającej na proton jest stała na całej długości toru od punktu A do punktu D .	P	☒
3.	Czas ruchu protonu po każdym z półokręgów AF , FB , BE , EC , CD jest taki sam.	P	☒



Zadanie 7.2. (0–2)

Wykaż, że wartość prędkości protonu w ruchu po każdym z półokręgów jest stała.

Powołaj się na:

- odpowiednie własności siły działającej na proton oraz
- zasady dynamiki albo odpowiednie twierdzenie o energii kinetycznej.

7.2.

0–1–2

Np.:

$$\bigwedge_B \vec{F}_m \perp \vec{v} \Rightarrow W_{F_m} = 0 \text{ J} \Leftrightarrow E_k = \text{const} \Leftrightarrow v = \text{const} \quad \text{😊}$$

Oczywiście, że lepiej to napisać po polsku. 😞

Zadanie 7.3. (0–3)

Oblicz wartość B_{CD} wektora indukcji pola magnetycznego działającego na proton, gdy poruszał się on po półokręgu CD . Zapisz obliczenia.

Wskazówka: Wartość prędkości protonu poruszającego się po torze $AFBECD$ była stała.

7.3.

0–1–
2–3

$$m \cdot a_d = F_m$$

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = B \cdot q \cdot v \cdot \sin 90^\circ \cdot r$$

$$m \cdot v = B \cdot e \cdot r$$

$$B \cdot r = \frac{m \cdot v}{e} = \text{const}$$

Zatem:

$$B_{AF} \cdot r_{AF} = B_{CD} \cdot r_{CD}$$

$$B_{CD} = \frac{B_{AF} \cdot r_{AF}}{r_{CD}}$$

$$|AB| = \frac{|AD|}{4} = \frac{1}{4} \text{ m}$$

$$r_{AF} = 3 \cdot |AB| = \frac{3}{4} \text{ m}$$

$$r_{CD} = 1 \cdot |AB| = \frac{1}{4} \text{ m}$$

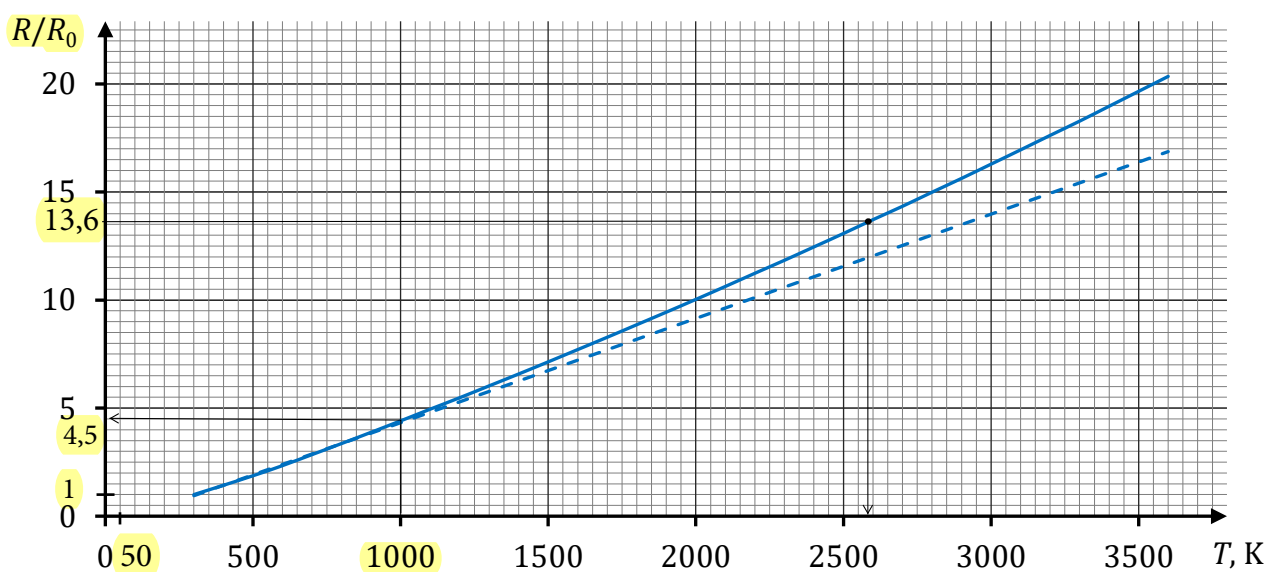
$$B_{CD} = \frac{0,2 \text{ T} \cdot \frac{3}{4} \text{ m}}{\frac{1}{4} \text{ m}}$$

$$B_{CD} = 0,6 \text{ T}$$

Zadanie 8.

Do produkcji włókien tradycyjnych żarówek wykorzystywano bardzo cienkie druty wolframowe. Gdy przez włókno wolframowe pewnej żarówki płynął prąd o niewielkim natężeniu, to włókno utrzymywało temperaturę $T_0 = 300 \text{ K}$, a jego opór wynosił $R_0 \approx 65 \Omega$. Po podłączeniu tej żarówki do sieci o napięciu 230 V pobierała ona moc (znamionową) 60 W. Wówczas włókno rozgrzewało się do wysokiej temperatury, a jego opór był wielokrotnie większy od R_0 .

Na poniższym wykresie linią ciągłą przedstawiono zależność R/R_0 od temperatury T , gdzie R oznacza opór włókna wolframowego o temperaturze T . W zakresie temperatur od 300 K do 1000 K ta zależność ma w przybliżeniu charakter liniowy (tzn. jej wykres pokrywa się częściowo z linią prostą narysowaną przerywaną kreską).



8.1.

0-1-2

Zadanie 8.1. (0-2)

Oblicz α – wartość temperaturowego współczynnika oporu wolframu – dla przedziału temperatur $300 \text{ K} < T < 1000 \text{ K}$. Zapisz obliczenia.

Wskazówka: Skorzystaj z Wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki (strona 18 broszury).



$$R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

$$\alpha = \frac{\frac{R}{R_0} - 1}{\Delta T}$$

$$\alpha \approx 0,005 \cdot \frac{1}{\text{K}}$$

$$\alpha = \frac{4,5 - 1}{1000 - 300} \cdot \frac{1}{\text{K}}$$



→ Chyba z wykresu ...



Zadanie 8.2. (0–3)

Wyznacz temperaturę włókna wolframowego żarówki (opisanej w zadaniu 8.) o mocy znamionowej $P_z = 60 \text{ W}$, zasilanej napięciem $U_z = 230 \text{ V}$. Zapisz obliczenia.

8.2.

0–1–
2–3

$$R = \frac{U_z^2}{P_z} \approx 881,7 \, \Omega$$

$$\frac{R}{R_0} \approx \frac{881,7 \, \Omega}{65 \, \Omega}$$

$$\approx 13,6 \Rightarrow$$

$$T \approx 2575 \text{ K}$$



Zadanie 8.3. (0–2)

Średnica drutu wolframowego, z którego wykonano włókno żarówki, jest równa $d = 30 \, \mu\text{m}$. Opór właściwy wolframu w temperaturze $T_0 = 300 \text{ K}$ jest równy $\rho_0 = 5,6 \cdot 10^{-8} \, \Omega \cdot \text{m}$.

Oblicz długość drutu wolframowego, z którego wykonano włókno tej żarówki. Zapisz obliczenia.

8.3.

0–1–2

$$r = 15 \, \mu\text{m} = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\rho_0 = 5,6 \cdot 10^{-8} \, \Omega \cdot \text{m}$$

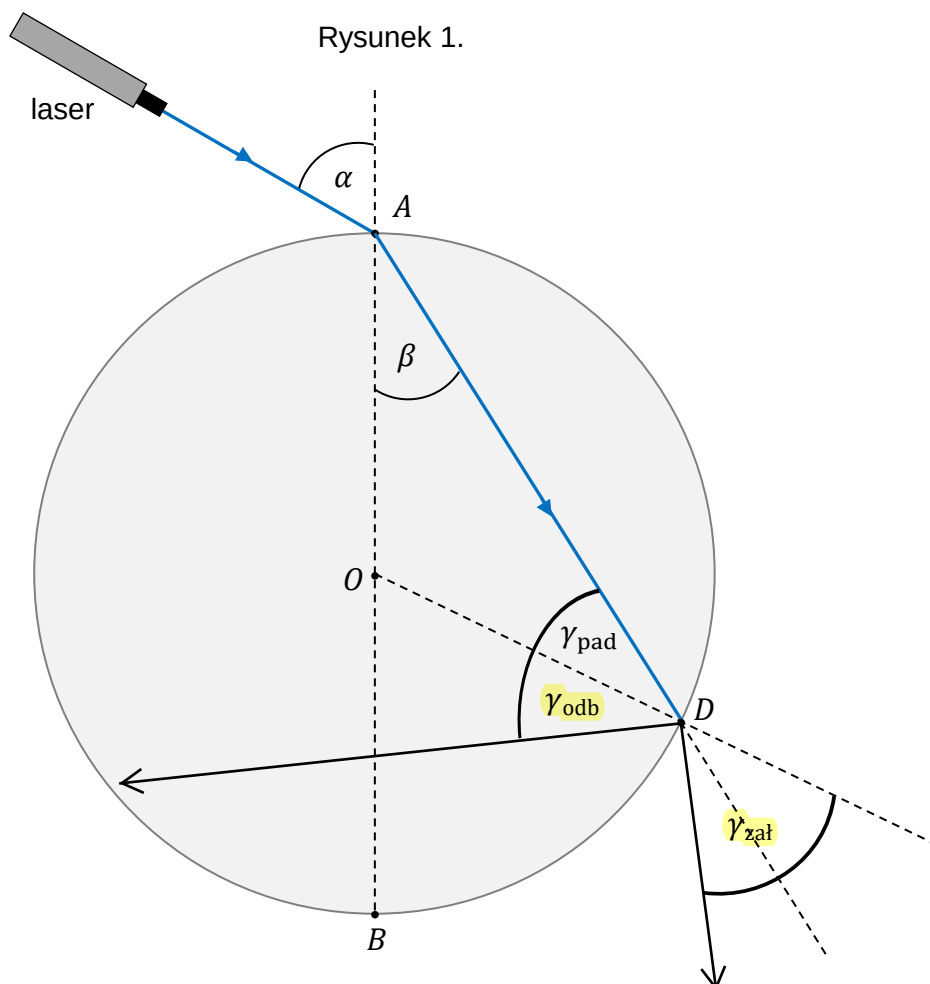
$$R_0 = \rho_0 \cdot \frac{l}{\pi \cdot r^2}$$

$$l = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot R_0}{\rho_0}$$

$$l \approx 0,82 \text{ m} = 82 \text{ cm}$$

Zadanie 9.

Promień światła monochromatycznego biegnie w powietrzu i pada na brzeg szklanego krążka w punkcie A . Kąt padania w punkcie A jest równy α , a kąt załamania tego promienia jest równy β . Część promienia, która wniknęła do szkła w punkcie A , pada dalej na brzeg krążka w punkcie D . Na rysunku 1. (poniżej) oraz na rysunku 2. (na stronie 23) przedstawiono bieg promienia tylko do punktu D , przy czym pominięto część promienia odbitą w punkcie A . Kreskami przerywanymi oznaczono odcinki pomocnicze. Punkt O jest środkiem krążka.



Zadanie 9.1. (0–3)

Część promienia AD , która pada na brzeg krążka od strony szkła w punkcie D , odbija się z powrotem do szkła, a część tego promienia załamuje się i biegnie dalej w powietrzu. Kąty: padania, załamania i odbicia promienia AD w punkcie D , oznaczmy – odpowiednio – jako: γ_{pad} , $\gamma_{\text{zał}}$, γ_{odb} .

Narysuj na rysunku 1. dalszy bieg promienia załamane i odbitego w punkcie D .

Oznacz łukami i **podpisz** w odpowiednich miejscach kąty: $\gamma_{\text{zał}}$, γ_{odb} , a następnie **określ** relacje między miarami odpowiednich kątów – **wpisz** w każde wykropkowane miejsce odpowiedni znak wybrany spośród: $>$, $=$, $<$.

$$\gamma_{\text{pad}} \dots \gamma_{\text{odb}}$$

$$\gamma_{\text{pad}} \dots \gamma_{\text{zał}}$$

$$\gamma_{\text{zał}} \dots \alpha$$

bo $\gamma_{\text{pad}} = \beta$



Zadanie 9.2. (0–3)

Na rysunku 2. odcinek AC jest geometrycznym przedłużeniem promienia padającego na krążek. Długości odcinków oznaczonych na rysunku 2. wynoszą (w zaokrągleniu):

$$|AB| \approx 9,0 \text{ cm} \quad |AC| \approx 4,5 \text{ cm} \quad |AD| \approx 7,7 \text{ cm} \quad |BC| \approx 7,8 \text{ cm} \quad |BD| \approx 4,8 \text{ cm}$$

Przyjmij, że wartość prędkości światła w powietrzu jest równa wartości prędkości światła w próżni.

Oblicz wartość prędkości światła w szkle, z którego jest wykonany krążek.

Zapisz obliczenia. Wykorzystaj niektóre z podanych długości odcinków.

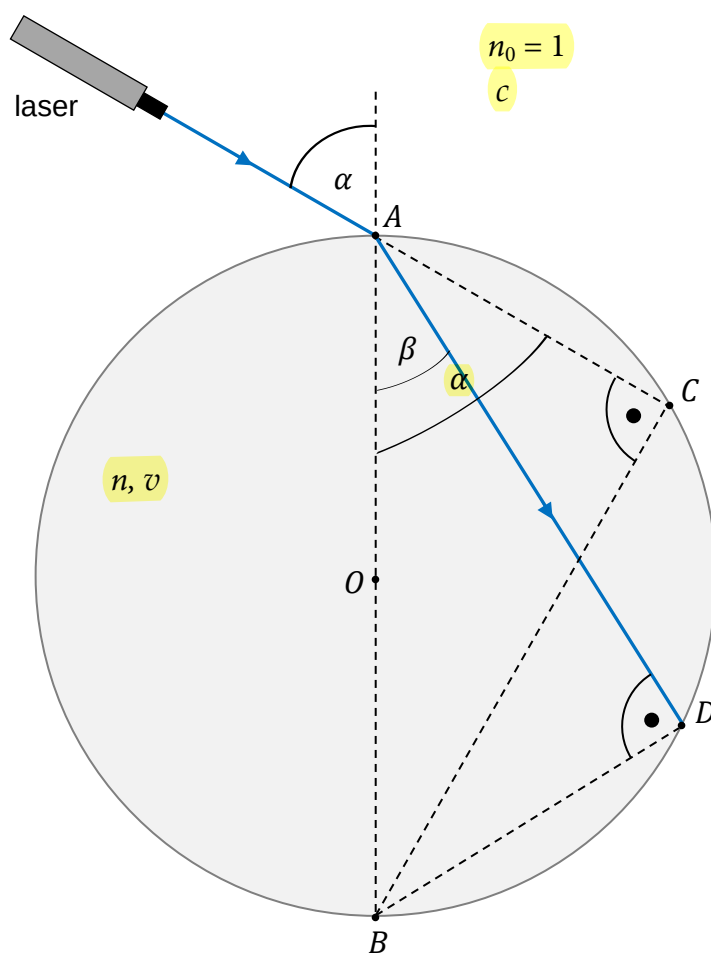
Wynik podaj zaokrąglony do **dwóch cyfr znaczących**.

9.2.

0–1–

2–3

Rysunek 2.



$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v}$$

$$v = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot c$$

$$v = \frac{|BD|}{|AB|} \cdot c$$

$$v \approx \frac{4,8 \text{ cm}}{7,8 \text{ cm}} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v \approx 1,8462 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v \approx 1,8 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadanie 10.

Elektron o prędkości początkowej równej zero został rozpędzony w polu elektrycznym o napięciu U do prędkości o wartości v . **Energia kinetyczna**, którą uzyskał elektron, **była dwa razy większa od jego energii spoczynkowej**.

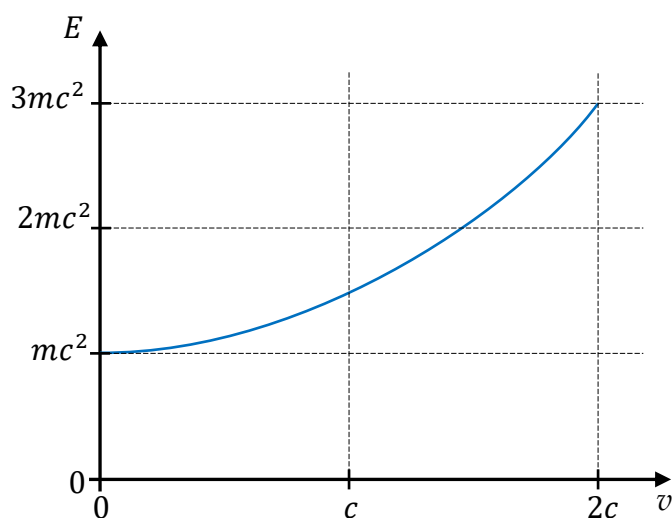
10.1.

0-1

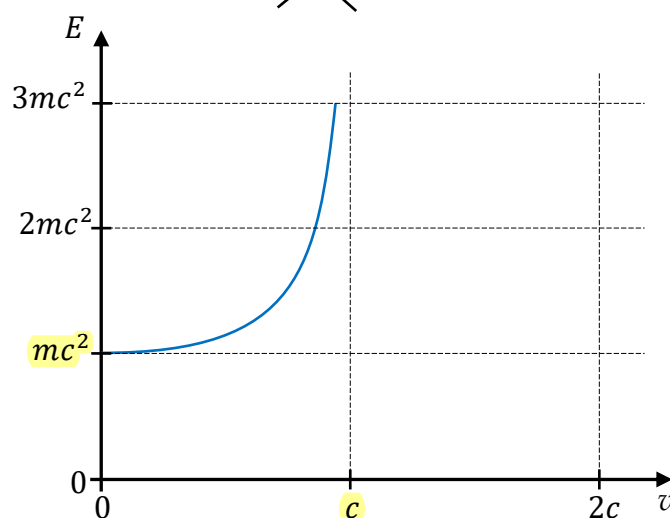
Zadanie 10.1. (0-1)

Na którym wykresie (spośród A-D) prawidłowo przedstawiono zależność energii całkowitej E (sumy energii kinetycznej i spoczynkowej) elektronu od jego prędkości? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

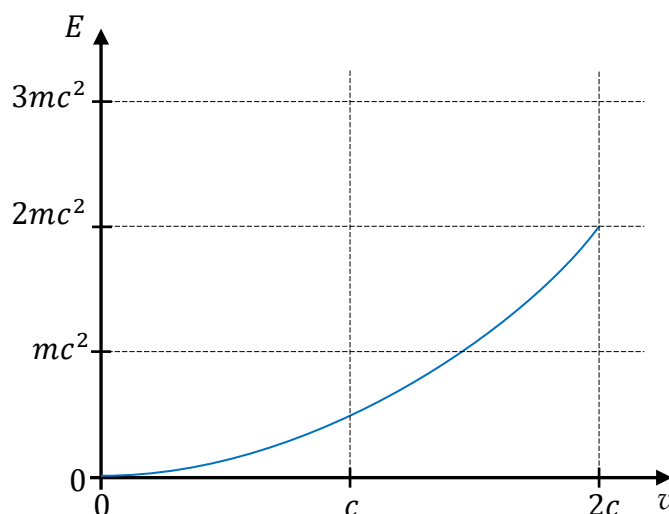
A.



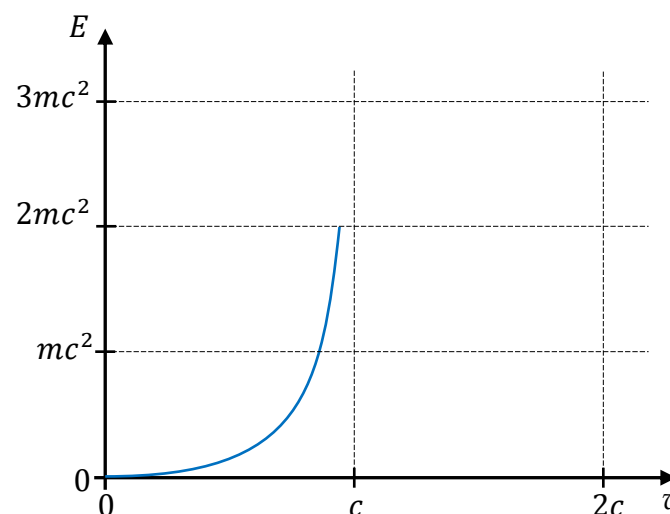
~~B.~~



C.



D.



Zadanie 10.2. (0–3)

Oblicz iloraz $\frac{v}{c}$, gdzie c jest wartością prędkości światła w próżni. Zapisz obliczenia.

Wynik podaj zaokrąglony **do dwóch cyfr znaczących**.

10.2.

0–1–
2–3

$$E_k = 2 \cdot m \cdot c^2$$

$$E - m \cdot c^2 = 2 \cdot m \cdot c^2$$

$$E = 3 \cdot m \cdot c^2$$

$$\frac{m \cdot c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 3 \cdot m \cdot c^2$$

$$\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{1}{3}$$

$$1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{8}{9}$$

$$\frac{v}{c} \approx 0,94$$

Zadanie 10.3. (0–1)

Energia spoczynkowa elektronu jest równa (w zaokrągleniu) $E_0 \approx 5,1 \cdot 10^5$ eV.

Dokończ zdanie. Wpisz właściwą liczbę w wykropkowanym miejscu.

Napięcie U pola elektrycznego, w którym został rozpędzony elektron, wynosi $\dots 10,2 \cdot 10^5$ V.

Brudnopis

$$\Delta E_k = W$$

$$E_k - 0 = q \cdot U$$

$$E_k = e \cdot U$$

$$2 \cdot m \cdot c^2 = e \cdot U$$

$$2 \cdot 5,1 \cdot 10^5 \text{ eV} = e \cdot U$$

$$10,2 \cdot 10^5 \text{ V} = U$$

10.3.

0–1

Zadanie 11.

Pierwiastek o nazwie kopernik, oznaczony symbolem Cn, ma liczbę atomową $Z = 112$. Izotop ^{277}Cn tego pierwiastka został po raz pierwszy wytworzony w wyniku bombardowania ołowianej tarczy jonami cynku ^{70}Zn .



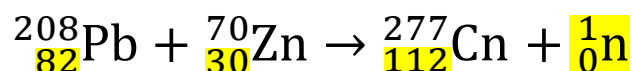
Kopernik ^{277}Cn jest izotopem nietrwałym.



Uwaga: W zadaniach 11.1., 11.2., 11.3. skorzystaj z Wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki.

Zadanie 11.1. (0–1)

Poniżej przedstawiono schemat reakcji jądrowej, w wyniku której powstają jądro izotopu ^{277}Cn oraz pewna cząstka.



11.1.

0–1

Uzupełnij powyższy schemat tak, aby powstało równanie reakcji jądrowej.

Wpisz w wy kropkowane miejsca właściwe liczby atomowe oraz symbol lub nazwę cząstki, która powstaje w tej reakcji.

Zadanie 11.2. (0–2)

W wyniku sześciu kolejnych rozpadów α , z których pierwszy jest rozpadem jądra ^{277}Cn , powstało jądro pewnego pierwiastka.

11.2.

0–1–2

Podaj nazwę lub symbol pierwiastka, którego jądro powstało w wyniku tych sześciu rozpadów. Zapisz obliczenia.

$$A = 277 - 6 \cdot 4 = 253$$

$$Z = 112 - 6 \cdot 2 = 100$$

$^{253}_{100}\text{Fm}$ (ferm)

Nazwa lub symbol pierwiastka:



Zadanie 11.3. (0–3)

Masa jądra izotopu ^{277}Cn jest równa

$$m_{\text{Cn}} = 460,138\,852 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad \text{☹}$$

Oblicz najmniejszą energię, którą należałoby dostarczyć do jądra ^{277}Cn , aby rozbić je na oddzielne (tzn. nieoddziałujące ze sobą) nukleony. Zapisz obliczenia. Wynik podaj zaokrąglony do trzech cyfr znaczących.

11.3.

0–1–

2–3

Czyli chodzi o energię wiązania...

$$112 \cdot m_p = 187,33365 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\begin{array}{r} (277 - 112) \cdot m_n = 276,36302 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ \hline 463,69667 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \end{array} \quad +$$

$$\begin{array}{r} m_{\text{Cn}} = 460,13885 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ \hline \Delta m = 3,55782 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \end{array} \quad -$$

$$E_w = \Delta m \cdot c^2$$

$$E_w \approx 3,20 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$